

****

**عنوان:**

مفاهیم مربوط به جریان های گذار و مدل های شبیه سازی آن

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **نویسندگان** | مرتضی نامور |  |
| **تاریخ تنظیم سند** | 7/1/1397 | |
| **شناسه سند** | **MC5F001F1** | |

**فهرست مطالب**

[فصل 1- مروری بر جریان گذار و روش های مدل سازی آن 2](#_Toc512356528)

[1-1- مقدمه 2](#_Toc512356529)

[1-2- جریان گذار 3](#_Toc512356530)

[1-2-1- سابقه تحقیقات انجام شده در زمینه مبانی فرایند گذار 4](#_Toc512356531)

[1-2-2- مراحل عمومی فرایند گذار 5](#_Toc512356532)

[1-2-3- عوامل مؤثر بر گذار 6](#_Toc512356533)

[1-2-4- فرایند گذار در جریان های جدا شونده 7](#_Toc512356534)

[1-2-4-1- حباب جدایش آرام 7](#_Toc512356535)

[1-3- مروری بر نحوه شکل گیری فریم محاسباتی جریان گذار 8](#_Toc512356536)

[1-3-1- شبیه سازی حل مستقیم و شبیه سازی گردابه های بزرگ 8](#_Toc512356537)

[1-3-2- روش و معادلات سهموی شده پایداری 9](#_Toc512356538)

[1-3-3- روابط تجربی پیش بینی کننده شروع گذار 10](#_Toc512356539)

[1-3-4- مدل های اینترمیتنسی 11](#_Toc512356540)

[1-3-4-1- نحوه اعمال و به کار گیری مدل های اینترمیتنسی به کدهای ناویر استوکس 13](#_Toc512356541)

[1-3-5- مدلسازی نوسانات لایه ای ناحیه پیش گذار 13](#_Toc512356542)

[فصل 2- فریم محاسباتی مدل گذار منتر 15](#_Toc512356543)

[2-1- معادله انتقال اینترمیتنسی: 15](#_Toc512356544)

[2-2- رابطه جدید ارائه شده برای عدد رینولدز بحرانی() در مدل گذار منتر 18](#_Toc512356545)

[فصل 3- کوپلینگ معادلات مدل SST-KW ومدل گذار منتر 21](#_Toc512356546)

[فصل 4- بی بعدسازی معادلات مدل گذار منتر 22](#_Toc512356547)

[4-1- بیبعد سازی معادله اینترمیتنسی 22](#_Toc512356548)

[4-2- بیبعد سازی معادلات مدل 23](#_Toc512356549)

[4-3- بیبعد سازی سایر عبارت ها 23](#_Toc512356550)

[4-4- شکل ماتریسی معادلات آشفتگی 24](#_Toc512356551)

[4-5- شماتیک کلی کد تدوین شده جهت حل جریان گذار 26](#_Toc512356552)

**چکیده:**

امروزه یکی از مهمترین چالش ها در مکانیک سیالات، تشخیص و پیش بینی موقعیت گذار جریان از حالت لایه ای به درهم است. شناسایی عوامل موثر بر فرایند گذار یک جریان یکی از مهمترین موضوعات کاربردی در تحلیل اکثر جریان های داخلی و یا خارجی است که باید به آن بیشتر پرداخته شود. لذا در این پژوهش ابتدا پدیده گذار و عوامل موثر بر ان مفصلا تشریح شده است . در ادامه مروری بر مدل های گذار از گذشته تا به امروز صورت گرفته است یکی از جدیدترین مدل های پیش بینی گذار مدل سه معادله ای جدید منتر است که در واقع با بهبود مدل چهار معادله ای و انجام تصحیحاتی توانست یکی از معادلات مدل را کاهش دهد در واقع معادله ای که وظیفه ارتباط بین اثرات غیرمحلی و محلی را برعهده داشت در این مدل حذف گردیده است. لذا در ادامه این مدل بطور کامل تشریح شده و نحوه کوپل آن با معادلات مدل SST-KW تشریح گردیده است. در انتها نیز نحوه بی بعدسازی و ایجاد فرم ماتریسی مجموعه معادلات و ساختار کلی کد عددی مورد نیازِمدل گذار منتر آورده شده است.

# مروری بر جریان گذار و روش های مدل سازی آن

در این فصل ابتدا فیزیک جریان گذار و عوامل موثر برآن مطرح خواهد شد و پس از آن کلیات نحوه مدلسازی توربولانسی و چگونگی تشکیل مدل های گذار امروزی آورده شده است.

## مقدمه

عدد رینولدز[[1]](#footnote-1) معرف نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت در حالت سیال می­باشد. در اعداد رینولدز پایین، نیروی لزجت، نیروی غالب بر جریان است، لذا جریان به صورت لایه ای می شود و لایه های هم جوار سیال روی یکدیگر می لغزند. در این حالت اگر شرایط مرزی با زمان تغییر نکند، جریان پایا[[2]](#footnote-2) است. این نوع جریان، جریان آرام نامیده می شود. با افزایش عدد رینولدز، از جایی­به بعد که اصطلاحا عدد رینولدز بحرانی[[3]](#footnote-3) گفته می شود، به دلیل غیر خطی بودنِ معادلات حاکم بر جریانِ سیال، رفتار جریان تصادفی و نامنظم شده، به گونه ای که حتی با وجود شرایط مرزی ثابت، جریان غیر دائمی می باشد. در این حالت، سرعت و سایر خواص جریان به صورت تصادفی­ و نامنظم تغییر می کند. این نوع جریان، جریان آشفته نامیده می شود.

برای رسیدن به جریان آشفته بایستی از حالت آرام وارد مرحله گذار و در نهایت وارد فاز جریان آشفته شد.گاهی مواقع ممکن است به واسطه­ی عوامل مختلف خارجی ناحیه گذار کوچک شودویا حتی ناپدید گرددکه در این صورت تبدیل مستقیم جریان آرام به آشفته را در یک مسیر کوتاه شاهد خواهیم بود.گذار از حالت آرام به آشفته در طی فرایندی رخ می­دهد که در آن هسته ها و نطفه های محلی آشفتگی آنقدر بر روی هم انباشته می­شوند که تمام میدان جریان را پرمی­کنند. این فرایند را می­توان همانند آلودگی تدریجی یک جریان عبوری از روی یک سطح آلوده در نظر گرفت که در فواصل و زمان های کوتاه بخش عمده ای از جریان پاکیزه و تنها بخش کوچکی از ان آلوده می­باشد.اما چنان چه به این جریان فرصت و مکان کافی داده شود و هیچ عامل از بین برنده­ی آلودگی وجود نداشته باشد، آلودگی­ها آنقدر در جریان انباشته می­شوند که تمام جریان آلوده گردد.به این فرایند تدریجی انباشته شدن توده های محلی آشفتگی برروی هم فرایند گذر از جریان آرام گفته می­شود.

## جریان گذار

امروزه یکی از مهمترین چالش ها در مکانیک سیالات، تشخیص و پیش بینی موقعیت گذار جریان از حالت لایه ای به درهم است. شناسایی عوامل موثر بر فرایند گذار یک جریان یکی از مهمترین موضوعات کاربردی در تحلیل اکثر جریان های داخلی و یا خارجی است که باید به آن بیشتر پرداخته شود. تعدادی از مسائل و موضوعاتی که تحلیل آنها مستقیما نیاز به شناخت فرایند گذار جریان و پیش بینی شروع این ناحیه دارند عبارتند از:

* تحلیل مسائل انتقال حرارتی در دماغه مخروطی اجسام متحرک و سرعت بالا همانند هواپیماها و موشک ها و غیره.
* تحلیل دقیق آیرودینامیک کلیه وسایل نقلیه هوایی.
* طراحی و تحلیل دقیق موضوعاتی همچون انتقال حرارت از سطوح ایرفول ها، پره های توربین گاز، سرمایش لایه ای[[4]](#footnote-4) و غیره.
* کلیه موضوعات مرتبط با کاهش درگ برای بدنه های متحرک در سیال.
* بررسی موضوعات هیدرودینامیکی مرتبط با شناسایی و کشف زیردریایی ها و اژدرها.
* طراحی و تحلیل ایرفویل های با عدد رینولدز پایین به منظور شناسایی پدیده های جدایی و استال.

### سابقه تحقیقات انجام شده در زمینه مبانی فرایند گذار

یکی از اولین روش های مطالعه تئوری فرایند گذار تحلیل های پایداری خطی[[5]](#footnote-5) می باشد. لرد ریلی[[6]](#footnote-6) [34] برای اولین بار معادلات خطی شده رشد اغتشاشات را برای یک جریان غیرلزج بکار گرفت. ایشان با اعمال اغتشاشات موجی شکل به پروفیل سرعتِ متوسط و بکارگیری تبدیلِ فوریه، معادلات حاکم بر اغتشاش را به صورت یک مسئله مقدار ویژه در آورد که بیانگر استهلاک نمایی اغتشاشات بود. برمبنای همین مطالعات، ریلی تئوری معیار نقطه عطف[[7]](#footnote-7) خود را مطرح نمود که طبق این معیار، شرط لازم برای ناپایداری یک جریان غیرلزج وجود یک نقطه عطف در پروفیل سرعت متوسط جریان می باشد.

بعدها اور [35] و سامرفیلد [36] به صورت مستقل از هم تأثیر ویسکوزیته بر پایداری جریان روی صفحه تخت را بررسی نمودند که معادله معروف "اورسامرفیلد[[8]](#footnote-8) "حاصل کار تحقیقی آنها است. این معادله بیانگر رفتار مؤلفه عمود بر دیوار سرعت اغتشاشی می باشد و برای توصیف رشد اغتشاشات در جریان های دو بعدی به کار گرفته می شود. اولین حل معادله اورسامرفیلد برای امواج اغتشاشی ناپایدار دو بعدی در لایه مرزی بلازیوس، توسط تولمین[[9]](#footnote-9) [37] و شلیختینگ[[10]](#footnote-10) [38] ارائه شد. بعدها این اغتشاشات موجی شکل دو بعدی به نام این دو محقق (امواج T-S) نامگذاری شدند.

این مطلب که، فرایند گذار جریان ابتدا با ایجاد و تحریک امواج T-S شروع می شود، به طور وسیعی توسط محققین آن زمان رد شد زیرا معتقد به وجود چنین نوع ناپایداری نبودند. آزمایشات تجربی آن زمان نشان داده بود که فرایند گذار، طبیعتی کاملا سه بعدی دارد و همین سه بعدی بودن طبیعت این فرایند است که باعث درهم شدن جریان می شود. بعدها مشخص شد که به علت وجود تونل های باد با شدت توربولانس جریان آزاد[[11]](#footnote-11) زیاد آن زمان، این عدم تطبیق بین مشاهدات تجربی وتحلیلی مشاهده می­شد. اغتشاشات دو بعدی (امواجT-S) در آزمایشات آن زمان قابل مشاهده نبودند زیرا امروزه معلوم شده است که مکانیزم تبدیل جریان از لایه ای به درهم، برای جریانهای با شدت توربولانس زیاد، خیلی سریع رخ می دهد و امواج T-S اصطلاحا "میان بر[[12]](#footnote-12)" می شوند. امروزه این نوع فرایند گذار به "گذار میان بر[[13]](#footnote-13)" معروف است.فرایند گذار دارای چندین مرحله است. در مرحله اول اغتشاشات بسیار کوچک از جریان آزاد وارد لایه مرزی شده و به صورت امواجی دو بعدی در داخل لایه مرزی حرکت می کنند. سپس این امواج به صورت خطی رشد نموده تا دامنه آنها به اندازه کافی بزرگ گردد. بعد از این مرحله رشد غیر خطی[[14]](#footnote-14) اغتشاشات شروع شده و دامنه اغتشاشات به سرعت رشد نموده و شرایط لازم برای تولید توربولانس های­ نقطه ای[[15]](#footnote-15) را فراهم می­کنند. پس از تداخل و همپوشانی نقطه های توربولانسی جریان به صورت کاملاً درهم در می آید.

### مراحل عمومی فرایند گذار

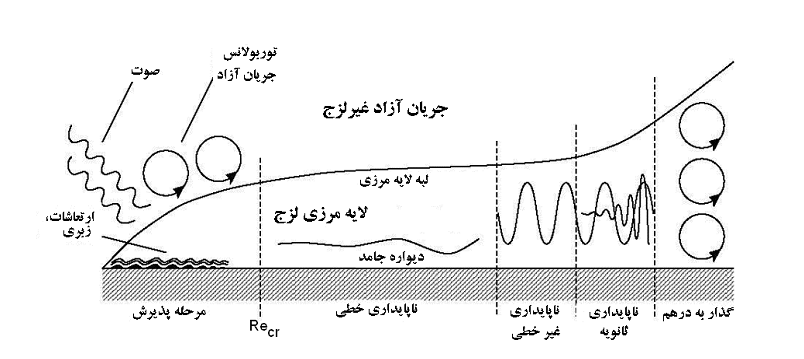
فرایند گذار جریان در لایه های مرزی از لایه­ای به درهم را می توان به سه مرحله اصلی زیر تقسیم بندی نمود:

1-مرحله پذیرش و یا نفوذ اغتشاشات خارجی به داخل لایه مرزی در جریان لایه ای

2-مرحله تقویت و رشد خطی اغتشاشات

3-مرحله تقویت غیرخطی اغتشاشات و بهم ریختگی جریان به حالت درهم

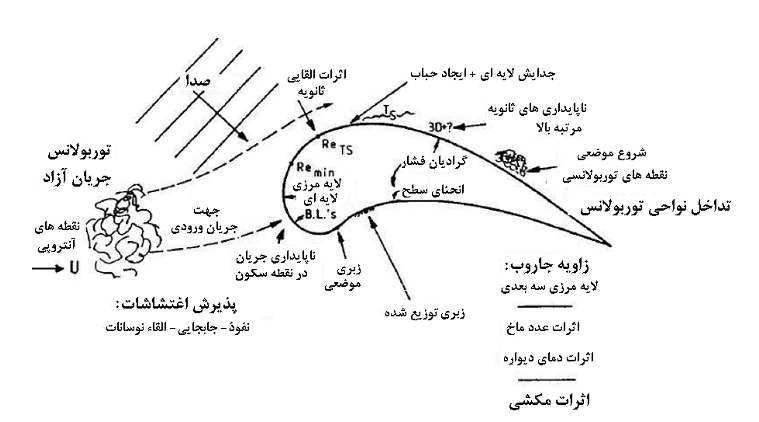
شماتیکی از فرایند گذار جریان درشکل 1 نشان داده شده است. مشاهده می شود که در قسمتی از ابتدای صفحه و یا تا عدد رینولدز مشخصی که به عدد رینولدز بحرانی مشهور می باشد تمام اغتشاشات توسط جریان مستهلک می شوند. لیکن بعد از این ناحیه، اغتشاشات ضمن حرکت به همراه جریان، با فرکانس معینی و به صورت امواج T-S در داخل لایه مرزی رشد خطی می کنند. پس از آنکه دامنه اغتشاشات به اندازه کافی بزرگ شد، مرحله رشد غیرخطی اغتشاشات شروع شده و الگویی سه بعدی را به نمایش می گذارند و منجر به ایجاد آشفتگی­های نقطه ای­ودرهم شدن کامل جریان می شوند.



شکل 1:شماتیک مراحل فرایند گذار در محیط های کم اغتشاش

### عوامل مؤثر بر گذار

موقعیت شروع و طول ناحیه گذار جریان به شرایط متعددی بستگی دارد، درشکل 2 نمایی کلی از اثرات پارامترهای مختلف بر فرایند گذار در جریان های خارجی نمایش داده شده است. مهمترین عوامل مؤثر بر فرایند گذار عبارتند از: گرادیان فشار، اثرات تراکم پذیری، اغتشاشات جریان آزاد ورودی، زبری سطوح، انحناء سطوح، اثرات سه بعدی جریان متوسط و اثرات گرمایش و یا سرمایش دیواره، اثرات امواج صوتی محیط، اثرات توده های حرارتی به همراه تغییر خواص سیال (نقطه های آنتروپی).



شکل 2: عوامل موثر بر فرایند گذار در جریان های خارجی

### فرایند گذار در جریان های جدا شونده

هنگامی­که یک لایه مرزی لایه ای از سطح جدا می شود، فرایند گذار ممکن است در لایه برشی آزاد جریان جدا شده رخ دهد. مکانیزم این نوع فرایند گذار بیشتر مشابه با مکانیزم های ناپایداری در جریان های غیرلزج می باشد. پس از فرایند گذار ودرهم شدن، جریان جدا شده ممکن است مجددا به علت تبادل مومنتم زیاد به سطح باز گردد. این بازگشت منجر به ایجاد یک حباب روی سطح می شود [39]. این نوع فرایند گذار را اصطلاحا گذار در حباب جدایش می نامند.

#### حباب جدایش آرام

حباب جدایش آرام اغلب در جریان های کاربردی، مانند جریان در اطراف ایرفویل های ریز پرنده ها یا پره های توربین ها قابل مشاهده است] 40 [. مراحل شکل گیری حباب جدایش آرام عبارتند از: 1- جدایش لایه مرزی آرام 2- گذار به مود آشفتگی 3- بازگشت مجدد جریان به سطح، این پدیده در رینولدزهای مختلف قابل مشاهده است. دیاگرامِ کلی از حباب جدایش ارام درشکل 3 و شکل 4 قابل مشاهده است.همانطور که درشکل 3 قابل مشاهده است حباب جدایش آرام شامل دو ناحیه کلی آرام (جدایش و گذار) وآشفته (گذارو بازگشت مجدد) است. طول حباب جدایش[[16]](#footnote-16) بستگی به مشخصه های فرایند گذاری دارد که در جریان برشی فوق رخ می دهد. لذا ممکن است کلیه مراحل بیان شده برای گذار طبیعی، در جریان برشی جداشده نیز قابل مشاهده باشد. بر همین مبنا است که محققین بر این باورند که شدت توربولانسی جریان آزاد نقش مهمی بر اندازه طول حباب جدایش دارد [41]. شکل گیری جدایش آرام در هندسه ایرفویل به عوامل متعددی بستگی دارد که عبارتند از: زاویه حمله جریان و عدد رینولدز و شکل ایرفویل. معمولا بر مبنای نوع تاثیر حباب ها بر توزیع فشار حول ایرفویل ها، حباب های جدایش به دو دسته کوتاه و بلند دسته بندی می شوند. همانطور که در شکل 4می توان مشاهده نمود حباب های کوتاه معمولا تاثیری موضعی بر توزیع فشار دارند در حالیکه حباب های بلند ممکن است به طور کامل پروفیل توزیع فشار حول ایرفویل را تغییر دهند. ایجاد حباب های کوچک و برگشت جریان به صورت درهم به روی سطح، باعث افزایش مومنتم لایه مرزی بعد از حباب شده و جریان درهم حاصب در مقابل گرادیان فشار بیشتر مقاومت می نماید. از اثرات نامطلوب شکل گیری حباب جدایش در کاهش کیفیت آیرودینامیکی ایرفویل می­توان کاهش برا و افزایش درگ فشاری و تولید نوسانات آیرودینامیک به گونه ای که منجر به کاهش پایداری می­گردد.بنابراین شناخت مشخصه های حباب جدایش آرام جهت ممانعت از کاهش کیفیت آیرودینامیکی لازم و ضروری است.

|  |
| --- |
|  |
| شکل 3: نمای کلی از تشکیل حباب جدایش آرام در طی گذار از جریان آرام به آشفته |

|  |
| --- |
|  |
| شکل 4:تاثیر حباب جدایش بر توزیع سرعت جریان حول ایرفویل [41] |

## مروری بر نحوه شکل گیری فریم محاسباتی جریان گذار

### شبیه سازی حل مستقیم[[17]](#footnote-17) و شبیه سازی گردابه های بزرگ[[18]](#footnote-18)

به کمک روش DNS می توان بهم ریختگی جریان لایه ای، گسترش نقطه های توربولانسی و تکمیل فرایند گذار تا درهم شدن کامل جریان را با دقت بسیار زیادی شبیه سازی نمود [42]. در این روش معادلات ناویر استوکس در حالت غیر دائمی حل می شوند. از آنجا که در این روش از تکنیک های متوسط گیری استفاده نمی شود لذا نیازی به اعمال تمهیداتی همچون استفاده از مدلهای توربولانسی نیز وجود ندارد.

به منظور محاسبه گردابه های کوچک توربولانسی، روش DNS نیاز به یک شبکه محاسباتی بسیار ریز دارد. به دلیل نیازهای سخت افزاری و نرم افزاری زیاد، هنوز روش DNS را نمی تون به عنوان ابزاری کاربردی برای انجام تحلیل های مهندسی معرفی نمود. لذا امروزه از DNS به عنوان ابزاری تحقیقاتی و برای تحلیل دقیق جریانهای بسیار پیچیده و درک فیزیکی برخی از جریانهای حساس که امکان تحلیل آنها به کمک روشهای متداول وجود ندارد استفاده می نمایند [43]. به علت هزینه محاسباتی زیاد روش DNS، برخی محققین روش LES را برای شبیه سازی جریان های در حال گذار بکار برده اند. در روش LES، تنها گردابه­های بزرگ جریان حل مستقیم می شوند و گردابه های کوچک با استفاده از اصل ویسکوزیته گردابی، مشابه روش ارائه شده توسط اسماگورینسکی [44]، مدل سازی می شوند. یکی از مشکلات اصلی کار با LES در این است که موقعیت شروع فرایند گذار وابسته به ثابت های زیر مدلی است که برای مدل سازی گردابه های کوچک بکار می رود. ژرمانو [45] روشی را معرفی کرد که در آن ثابت­های زیر مدل اسماگورینسکی به صورت دینامیک محاسبه شده و در ناحیه لایه ای­جریان به صورت خودکار ویسکوزیته گردابی­صفر می­گردد. البته نتایج روش های دینامیک LES نیز در برخی جریان های گذار که ماهیت جریان ورودی دارای حالت تناوبی می باشد (همانند گردابه پایین دست پره های جلوتر روی پره های پایین دست در توربین های گازی) تفاوت قابل ملاحظه ای با داده های تجربی دارند [45].

### روش و معادلات سهموی شده پایداری

مرحله دوم از فرایند گذار عبارت است از: مرحله تقویت و رشد خطی اغتشاشات است که این مرحله سهم زیادی (حدود ۷۵ تا ۸۵ درصد) از فرآیند گذار را به خود اختصاص داده است [46]. این مرحله از فرآیند گذار توسط تئوری پایداری خطی مدل‌سازی شده و معادلات حاکم بر این اغتشاشات معادله آور- سامرفلد است.

روش دارای سه مرحله اصلی می باشد. در اولین مرحله، پروفیل های سرعت جریان لایه ای و پروفیل های دمای سیال محاسبه می شوند. در دومین مرحله، نرخ رشد محلی امواج ناپایدار برای هر یک از پروفیل­های سرعت مرحله اول بدست می آید. برای این منظور، معادلات پایداری خطی (LSE[[19]](#footnote-19)) حل می شوند. در سومین مرحله، از نرخ رشد اغتشاشات محاسبه شده در مرحله دوم در امتداد جریان انتگرالگیری می شود و براساس آن مقدار ضریب n تعیین می گردد. در اولین موقعیتی از راستای طولی جریان که نسبت دامنه اغتشاشات بزرگتر از (en) گردد فرض می شود که گذار جریان شروع شده است. ضریب n معمولا از تطبیق با داده های تجربی تعیین می شود.

مشکل اصلی روش en در این است که ضریب n بیان کننده دامنه اغتشاش واقعی موجود در لایه مرزی نمی باشد بلکه یک دامنه اولیه نامعلوم را برای اغتشاشات شکل می دهد [47]. در این روش، این دامنه اغتشاشات اولیه به یک منبع اغتشاش خارجی مرتبط شده است در حالیکه هنوز به درستی فرایند پذیرش اغتشاشات شناخته نشده است. به همین دلیل مقدار ضریب n در شروع فرایند گذار کمیتی جامع نمی­باشد و باید از کالیبراسیون روش با داده های تجربی تونل های باد و یا تست های پروازی تعیین شود. بنابراین روش en یک روش نیمه تجربی است که در آن ضریب n عددی بین 7 تا 9 می باشد. استفاده از روش en  برای ایرفویل هانشان می­دهد که نتایح این روش تطبیق مناسبی با اندازه گیری های تونل های باد دارد [47]. همچنین باید توجه شود که روش en تنها برای پیش بینی شروع فرایند گذار بکار رفته و این روش قادر به پیش بینی رفتار ناحیه گذار نمی باشد. البته هنوز هم مشکلات زیادی برای استفاده از روش en  به عنوان روشی عمومی در کاربردهای هوافضایی وجود دارد. اولین مشکل از آنجا ناشی می شود که این روش بر پایه تحلیل پایداری خطی استوار بوده لذا نمی­تواند فرایندهای گذاری که بیشتر تحت تاثیر اثرات غیرخطی هستند، نظیر گذار میان بر و یا گذار ناشی از زبری سطوح را پیش بینی نماید. به علت تمام محدودیت های اشاره شده فوق، روش هایی که بر مبنای تحلیل پایداری خطی کار می کنند نمی توانند به عنوان ابزاری مناسب برای تحلیل همه منظوره جریان های در حال گذار مطرح شوند.

### روابط تجربی پیش بینی کننده شروع گذار

یکی از عمده ترین روش های پیش بینی گذار در لایه های مرزی، که به برخی کدهای مهندسی CFD خصوصا کدهای مناسب برای تحلیل جریان توربوماشین ها اعمال شده است استفاده از روابط تجربی برای موقعیت شروع گذار می باشد. البته برای اینکه بتوان از روابط تجربی برای پیش بینی شروع گذار در جریان های مختلف و روی هندسه های مختلف (صفحه تخت، ایرفویل ها و غیره) استفاده نمود لازم است تا عدد رینولدز موجود در رابطه تجربی به جای موقعیت طولی همراستای جریان (x)، بر حسب پارامترهای لایه مرزی (نظیر ضخامت مومنتم θ و غیره) مرتب شده باشد. به همین منظوردر عمده روابط تجربی معمولا شدت توربولانسی جریان آزاد (Tu) وپارامتر گرادیان فشار محلی (θλ) به عدد رینولدز بر مبنای ضخامت مومنتم به جای موقعیت طولی همراستای جریان در موقعیت شروع گذار (Reθt) مرتبط شده است

هر یک از روابط تجربی ارائه شده در دامنه مشخصی با داده های تجربی همخوانی دارند. برای بکارگیری این روابط تجربی در کدهای عددی به منظور پیش بینی شروع فرایند گذار، ابتدا می بایست حل لایه ای جریان حول بدنه مورد نظر انجام شود. سپس از پروفیل های سرعت متوسط بدست آمده انتگرال گیری گردیده تا مقدار برای هر موقعیت و روی دیواره جسم تعیین شود. در هر موقعیتی از بدنه که مقدار  از مقدار پیش بینی شده توسط رابطه تجربی بیشتر شود، فرض می شود که گذار جریان آغاز شده است. پس از مشخص شدن موقعیت شروع گذار، یک مدل توربولانسی فعال شده و مشخصه های جریان در پایین دست موقعیت گذار را محاسبه می نماید. اگرچه دقت نتایج این روش بستگی به دقت رابطه تجربی استفاده شده دارد لیکن نتایج حاصل از این روش و خصوصا برای جریان های روی پره توربوماشین­ها رضایت بخش بوده است. باید توجه داشت که نه تنها برای شروع گذار، بلکه برای طول ناحیه گذار نیز می­توان روابط تجربی معینی را بدست آورد. روشهای متفاوتی برای اعمال روابط تجربی طول ناحیه گذار به مدلهای آشفتگی وجود دارند. مشهورترین روش استفاده از اصل اینترمیتنسی[[20]](#footnote-20) است که باعث می شود در طول فرایند گذار، ترم تولید[[21]](#footnote-21) مدل آشفتگی­ به کمک یک تابع شیب از صفر به ماکزیمم خود برسد. هرچند که روش استفاده از روابط تجربی نتایجی مناسب و با دقت کافی ارائه می نمایند لیکن اعمال این روابط و برنامه نویسی آنها برای کدهای ناویر استوکس همواره با چالش های بزرگی­همراه بوده است. قبلاً اشاره شد که برای مدلهای گذار کلاسیکی­که بر این مبنا کار می­کنند ابتدا باید عدد برای هندسه مورد نظر محاسبه شود و سپس با مقدار آن در رابطه تجربی مقایسه شود. انجام این پروسه در محیط حل عددی معادلات ناویر استوکس کار ساده نیست زیرا در این نوع حل های عددی لبه لایه مرزی به خوبی قابل شناسایی نیست تا بتوان در امتداد عمود بر دیواره کمیت های انتگرالی جریان نظیررا محاسبه نمود. این مشکل برای روشهای عددی امروزی CFD، که در آنها از شبکه های بی سازمان[[22]](#footnote-22) و یا حل کننده های موازی[[23]](#footnote-23) استفاده می شود چندین برابر می شود.

از طرفی این مدلها از آن جهت که اجازه اعمال داده های تجربی به حل عددی را می دهند بسیار جالب هستند. به کمک این روابط تجربی می توان هر پارامتر دیگر مؤثر بر فرایند گذار (نظیر زبری سطح و غیره) را به حل عددی اعمال نمود. لذا دقت نتایج و روابط تجربی استفاده شده باعث افزایش دقت این نوع مدلها خواهد شد. به دلیل همین ویژگی ها، چنانچه برخی مشکلات مرتبط با سازگاری آنها با روشهای امروزی CFD حل شود، هنوز هم این مدلها می توانند یکی از روشهای مفید برای پیش بین فرایند گذار باشند.

### مدل های اینترمیتنسی

مطالعات امانز [48] در مورد شکل گیری توربولانس های نقطه ای منجر به ارائه اصل اینترمیتنسی شد که طبق این اصل درصد زمانی که یک نقطه معین از جریان داخل ناحیه درهم قرار داشته باشد اندازه گیری می شود. در ناحیه گذار، که حالت لایه مرزی از لایه ای به درهم تغییر می کند، مشخصه های زیادی از جریان در حال تغییر می باشند. یک نقطه مشخص در ناحیه گذار دارای رفتاری نوبه ای است. در بخشی از زمان، جریان مورد نظر لایه ای و در بخشی دیگر از زمان به صورت درهم می باشد. نسبتی از زمان که جریان به صورت درهم باشد را اصطلاحا ضریب نوبه ای و یا ضریب اینترمیتنسی گویند. این ضریب را معمولا با نشان می دهند. ضریب اینترمیتنسی برای جریان کاملا لایه ای برابر صفر و برای جریان کاملا درهم برابر یک می باشد.

تاکنون مدل های مختلفی برای اینترمیتنسی ارائه شده اند که به دو دسته قابل تقسیم هستند: 1) مدلهای اینترمیتنسی جبری 2) معادلات انتقال[[24]](#footnote-24) برای اینترمیتنسی

همواره هنگام استفاده از مدلهای اینترمیتنسی، موقعیت شروع فرایند گذار باید به کمک مدل دیگری (معمولا روابط تجربی) تعیین شود. مدل های جبری اینترمیتنسی به صورت وسیعی در کد­هایCFD (با شبکه با سازمان) مورد استفاده قرار گرفته اند. ضریب اینترمیتنسی معمولا بوسیله ضرب در ویسکوزیته گردابی مدل توربولانسی، به حل عددی جریان اعمال می شود. قبل از شروع گذار، مقدار ضریب اینترمیتنسی صفر می باشد و با شروع ناحیه گذار به آرامی مقدار این ضریب افزایش می یابد تا به مقداریک در انتهای ناحیه گذار (درهم شدن کامل) می­رسد. مدل های جبری زیادی توسط محققین مطرح شده است که عموماً بر مبنای اندازه گیری های تجربی تعیین می شوند. [50 و 49].

روش نسبتا جدیدتری که برای مدلسازی اینترمیتنسی ارائه شده استفاده از معادله انتقال برای ضریب اینترمیتنسی است به گونه ای که در این معادله انتقال، ترم تولید به گونه ای تعریف می شود تا نتایج مدل بر نتایج مدل های تجربی منطبق گردد. مزیت اصلی این روش در این است که علاوه بر مدلسازی اینترمیتنسی در راستای جریان، تغییرات آن در راستای عمود بر لایه مرزی نیز محاسبه شده و باعث پیش بینی بهتر ناحیه گذار جریان ها می شود [51]. البته به منظور همسان سازی فریم محاسباتی لازم برای ترم اینترمیتنسی ( )در کل دامنه محاسباتی و به هنگام حل عبارت انتقال مومنتم و ترم های توربولانسی، تلاش های زیادی برای تعریف یک معادله انتقال برای این عبارت و محاسبه آن در کل دامنه محاسباتی (نظیر سایر کمیت های جریان) انجام شده است .

اخیرا تلاش­هایی در راستای ارائه این روابط توسط گروه­های تحقیقاتی مختلف صورت پذیرفته و نتایج خوبی نیز به دست آمده است. یک نمونه مهم از این تلاش های سیتماتیک توسط سولکسنا[[25]](#footnote-25) و همکاران [9]، [10]، [11] در دانشگاه صنعتی تایلند صورت پذیرفته است. آنها این روابط را به نحوی کالیبره کردند که جریان گذرای روی صفحه تخت بدون گرادیان فشار، به دقت شبیه­سازی شود.

بعدها در سال 2011، مدل گذار  توسط مدیدا[[26]](#footnote-26) و همکاران [12] به مدل آشفتگی اسپالارت-آلماراس [13] نیز کوپل شد و نتایج مناسبی حاصل شد و در مسائل مختلف مورد مطالعه قرار گرفت [14]. مدل اسپالارت-آلماراس در قیاس با مدل بیشتر در جریان­های خارجی[[27]](#footnote-27) مورد استفاده قرار می­گیرد و حجم و هزینه محاسباتی کمتری دارد و همچنین از لحاظ عددی نیز خوش­رفتارتر است. در سال های اخیر روش ها و مدل های مختلفی برای شبیه سازی پدیده ی گذار ارائه شد که تمامی آنها بر پایه ی تغییرات اینترمیتنسی استوارند. در سال 2009 سولوکسنا و همکارانش [9]روابط ریاضی را برای تعیین موقعیت و طول ناحیه گذار در مدل  پایه منتر [4] ارائه دادند. محققان دیگری همچون یونتائو [15] ، مالان [11]، وایفانگ [16] و در نهایت منتر [17]در سالیان اخیر روابط دیگری را برای طول ناحیه گذار و موقعیت آن پیشنهاد کردند که در این پروژه به مدلسازی این روابط پرداخته می شود

#### نحوه اعمال و به کار گیری مدل های اینترمیتنسی به کدهای ناویر استوکس

به کارگیری مدل اینترمیتنسی در محاسبات عددی به دو صورت ممکن است. اولین روش استفاده از معادلات شرطی شده ناویراستوکس است و دومین روش ضرب نمودن ویسکوزیته گردابی به دست آمده از یک مدل توربولانسی ،در ضریب اینترمیتنسی است [52]. مشکل روش اول این است که نیاز به حل همزمان معادلات ناویراستوکس کاملا کوپل شده دارد که با روش های امروزی CFD سازگاری ندارد. روش دوم ضمن سادگی به راحتی با روش های امروزی CFD سازگار می گردد. در این روش ویسکوزیته گردابی محاسباتی  از حاصل‌ضرب ویسکوزیته گردابی مدل توربولانسی در ضریب اینترمیتنسی بدست می‌آید به طوری که  در معادلات جریان متوسط به کار گرفته می شود.

### مدلسازی نوسانات لایه ای ناحیه پیش گذار

یکی از جالب ترین روشهای مدلسازی گذار که اخیرا مطرح شده بر پایه مدلسازی و گسترش نوسانات لایه­ای در ناحیه پیش­گذار استوار است. تحقیقات ماتسابارا [53] نشان می­دهد که در قبل از ناحیه گذار، لایه مرزی تحت تاثیر توربولانس جریان آزاد قرار داشته و پروفیل لایه مرزی به صورت قابل توجهی از پروفیل بلازیوس فاصله می گیرد. بدین ترتیب که مومنتم لایه زیرین آن زیاد و مومنتم لایه بیرونی آن کم می­شود. این تغییر در پروفیل سرعت باعث توسعۀ نوسانات پر­دامنه ای در راستای جریان خواهد شد و شدت نوسانات این لایه به چندین برابر میزان توربولانسی جریان آزاد می­رسد [54]. این فرایند باعث تغییرات اصطحلاک سطحی و انتقال حرارت در ناحیه لایه ای جریان شده و با افزایش دامنه نوسانات، جریان با مکانیزم گذار میان بر به حالت کاملاً در هم تبدیل می­شود [55]. بر همین اساس مدل توسعه یافته ای، که اساس آن توسط مایله [55] و والترز [56] پایه گذاری شده است. از مزایای خاص این مدل عدم نیاز به استفاده مستقیم از ضرایب اینترمیتنسی و استفاده از روابط تجربی جهت تعیین شروع ناحیه گذار می باشد. این مدل علاوه بر محاسبه انرژی توبولانسی در ناحیه درهم سعی در شبیه سازی رشد نوسانات در ناحیه لایه ای جریان را نیز می نماید. مشکل اولیه این مدل نیز وابستگی ترم تولید آن به کمیت­های غیر محلی نظیر سرعت جریان آزاد بود. والتز و لیلیک [56] با استفاده از ایده میل و شولز [55] فرمولاسیون جدیدتری برای معادله انتقال انرژی نوسانات لایه ای مطرح نمودند که در آن ترم های تولید بر حسب کمیت های محلی محاسبه می شوند.

مایله و شولز [55] نشان دادند که نوسانات همراستای جریان که معمولاً در قبل از ناحیه گذار وجود دارند به لحاظ ماهیتی آشفته نبوده و بین این نوع نوسانات و نوسانات آشفته تفاوت آشکاری وجود دارد. انرژی این نوع نوسانات تماماً در مولفه های سرعت همراستای جریان نهفته شده و دینامیک و طیف تغییرات انرژی آنها نیز همانند نوسانات جریان کاملا در هم نمی باشد. این نوسانات در محدوده فرکانسی مشخصی که مقدار آن به مشخصات لایه مرزی بستگی دارد، انتظار می رود مقدار استهلاک آنها نیز، بجز در ناحیه نزدیک دیواره که اثرات عدم لغزش وجود دارد، کم باشد. مایله و شولز بر مبنای این ملاحظات کل انرژی جنبشی نوسانات جریان ها را به دو قسمت مختلف انرژی نوسانات لایه این و انرژی نوسانات توربولانس تفکیک نمودند و معادله انتقال جدیدی را برای توصیف رفتار انرژی نوسانات لایه ای ارائه نمودند. در قیاس با معادله انرژی جنبشی توربولانسی () انرژی نوسانات لایه ای نیز به انرژی جنبشی لایه ای () نامگذاری شده است. لذا این مدل شامل سه معادله انتقال برای انرژی جنبشی توربولانسی ، انرژی جنبشی لایه ای()و معادله استهلاک انرژیخواهد بود.

نحوه رشد  در آزمایشات و تحقیقات ولینو [57] و لیب [58] بررسی شده و انتخابی بودن مقیاس فرکانسی نوسانات در حال رشد بصورت واضحی توسط جانسون [59] مشاهده شده است. بر همین مبنا ولینو بیان نمود که ممکن است رشد () به علت یک «مکانیزم اسپلات[[28]](#footnote-28)» باشد. یعنی دیواره نوسانات عمومی را به داخل یک مولفه همراستای جریان هدایت و بازتاب می کند و در همین زمان است که گرادیان­های موضعی فشار در لایه مرزی ایجاد شده و باعث تقویت اعتشاشات در لایه مرزی می گردند. البته این مکانیزم از مکانیزم عمومی تولید توربولانسی متمایز می باشد.از آنجا که مکانیزم اسپلات تنها برای گردابه های با مقیاس طولانی نسبت به فاصله از دیواره رخ می دهند لذا فرض می شود که طیف انرژی توربولانسی در ناحیه نزدیک دیواره به دو ناحیه **متاثر از دیواره** (گردابه های نوسانی بزرگ) و **بدون تاثیر از دیواره** (گردابه های نوسانی کوچک) تقسیم گردد. چنانچه اندازه مقیاس­های کوچکتر از  تعریف شود مقیاس های کوچکتر از با جریان متوسط تداخل نموده و باعث تولید اثرات توربولانسی می شوند و مقیاس های بزرگتر در مکانیزم تولید() مشارکت خواهند داشت.در این نوع مدل با محاسبه انرژی نوسانات لایه ای در ناحیه پیش گذار () ، چنانچه انرژی نوسانات لایه­ای به اندازه معینی برسد فرض می­شود انرژی نوسانات لایه­ای () ، به انرژی جنبشی توربولانسی () ، تبدیل می­شود.

# فریم محاسباتی مدل گذار منتر

در سال 2015 مدل جدیدی از پیاده سازی پدیده ی گذار توسط منتر [18]ارائه شد که برخلاف مدل قبلی آن که از دو معادله  برای بدست آوردن ناحیه ی گذار و موقعیت آن استفاده می کرد، از یک معادله استفاده می شد. این مدل بر اساس اصل [[29]](#footnote-29)LCTM نهادینه شده است که در آن روابط تجربی درون معادله استاندارد انتقال جابجایی-پخش با استفاده از متغیر های محلی گنجانده می شوند. بعضی از ناهنجاری های مدل  مانند عاری بودن از تغییر ناپذیری گالیله ای در مدل جدید برطرف شده است؛ و مهمتر از همه اینکه معادله مربوط به  حذف شده و تغییرات صرفا برای پیشبینی ناحیه گذار ساده تر شده است. از مزیت های این روش سرعت بالای آن نسبت به مدل قبلی منتر به خاطر کاهش حجم معادلات می توان اشاره کرد از طرفی دقت حل حفظ شده است.

## معادله انتقال اینترمیتنسی:

هدف : پیش بینی شروع گذار برمبنای متغیر های محلی

|  |  |
| --- | --- |
| **(**1**)** |  |

در هر موقعیت از میدان محاسباتی که مقدار عدد رینولدز ورتیسیتی جریان بزرگتر از عدد رینولدز تجربی ‏گذار( محلی) گردد ترم تولید در معادله انتقال اینترمیتنسی فعال می شود و گذار جریان شروع ‏می شود. ترم های تولید در این مدل عبارتند از]60[:

|  |  |
| --- | --- |
| **(**2**)** |  |

که در آن S نرخ کرنش است همچنین ترم­های چشمه استهلاک یا آرام سازی مجدد جریان عبارتند از :

|  |  |
| --- | --- |
| **(**3**)** |  |
| **(**4**)** |  |

**نقش ترم های استهلاکی :** این ترم ها جهت لایه ای نمودن مجدد جریان هر کجای جریان که گذار نباشد استفاده می­شوند. همچنین این ترم ها صفرشدن ترم های چشمه گذار در زیر لایه لزج را تضمین می­کنند.

**عدد رینولدز ورتیسیتی :** در بسیاری از روابط و معیارهای تجربی ارائه شده عدد رینولدز ضخامت مومنتوم به پارامترهای غیر محلی جریان مانند شدت توربولانسی و گرادیان فشار وابسته است لذا در هنگام استفاده از چنین روابطی نیاز است تا ابتدا اطلاعات انتگرالی لایه مرزی مانند ضخامت مومنتم محاسبه شوند. اما در حالت عمومی و به خصوص در شبکه های بی سازمان محاسبه ضخامت لایه مرزی یا ضخامت مومنتوم همزمان با حل عددی یک شبکه محاسباتی نیاز به یک سری الگوریتم های جستجوگر جهت یافتن لبه لایه مرزی دارد که انجام آن مشکلاتی را به­همراه دارد چرا که پیدا کردن لبه لایه مرزی همواره آسان نیست .برای رفع این مشکل عدد رینولدز بر مبنای ورتیسیته معرفی شد.

|  |  |
| --- | --- |
| **(**5**)** |  |

بطوریکهy فاصله از نزدیک ترین دیواره، ورتیسیته و دانسیته و ویسکوزیته سیال می­باشد. از آنجا که عدد رینولدز ورتیسیته تنها به ویسکوزیته و دانسیته و ورتیسیته و فاصله از دیواره بستگی دارد یک پارامتر محلی محسوب می­شود که براحتی و در هر سلول محاسباتی قابل اعمال است اما پارامترهای موجود در  پارامترهای غیرمحلی هستند. مقیاسی از تعییرات عدد رینولدز ورتیسیتی به عدد رینولدز ضخامت مومنتم برای یک لایه مرزی ‏بلازیوس در شکل (5-1) ‏نشان داده ‏شده ‏است. حال اگر این نسبت بر ماکزیمم مقدار خود (193/2‏) تقسیم شود مشاهده می شود که بیشترین مقدار برای نسبت  در داخل لایه مرزی بلازیوس برابر یک است. به عبارت دیگر بیشترین مقدار این پروفیل متناسب با عدد رینولدز بر مبنای ضخامت مومنتم در هر ‏موقعیت از لایه مرزی است. لذا این نسبت می تواند با روابط تجربی موجود برای موقعیت شروع گذار مرتبط و مقایسه شود [60] .

|  |
| --- |
|  |
| شکل 5پروفیل مقیاس شده عدد رینولدز ورتیسیتی در یک لایه مرزی بلازیوس |

|  |  |
| --- | --- |
| **(**6**)** |  |

بعلاوه توابع زیر برای شروع ناحیه گذار مطرح شده اند :

|  |  |
| --- | --- |
| **(**7**)** |  |
| **(**8**)** |  |
| **(**9**)** |  |
| **(**10**)** |  |
| **(**11**)** |  |

Sاندازه نرخ تنش برشی[[30]](#footnote-30) می­باشد و  نیز اندازه وورتیسیتی[[31]](#footnote-31) است که برای حالت دو بعدی مطابق روابط زیر محاسبه می­گردند:

|  |  |
| --- | --- |
| **(**12**)** |  |

: عدد رینولدز گذار ضخامت مومنتوم مکانی است که در آن پروفیل های سرعت از حالت لایه ای فاصله می­گیرند و گذار اغاز می­شود.

: عدد رینولدز بحرانی به این پارامتر اطلاق می­شود و عبارتست از مکان شروع رشد اینترمیتنسی .

**تذکر :** همواره عدد رینولدز گذار ضخامت مومنتوم مکانی بزرگتر از عدد رینولدز بحرانی است در واقع برای ایجاد و فراهم شدن شرایط جریان گذار می بایست توروبولانسی در لایه مرزی به حد مشخصی برسد لذا عدد رینولدز گذار بزرگتر از عدد رینولدز ضخامت مومنتوم است.

## رابطه جدید ارائه شده برای عدد رینولدز بحرانی() در مدل گذار منتر

نکته متمایز کننده مدل جدید منتر از مدل پیشین آن در فرمولاسیون جدید مطرح شده برایِ پارامتر عدد رینولدز بحرانی است. در واقع فرمولاسیون جدید بگونه ای است که نیاز به معادله انتقال دوم(عدد رینولدز گذار برمبنای ضخامت مومنتوم ) را مرتفع می کند و به عبارت دقیق تر این معادله در فریم محاسباتی جدید منتر حذف می شود.

همانظور که قبلا اشاره کردیم  عدد رینولدز بحرانی می­باشد که در آن اینترمیتنسی در لایه مرزی شروع به افزایش می­کند و فرایند گذار آغاز می­شود. رابطه ارائه شده برای محاسبه رینولدز بحرانی در هرنقطه به قرار زیر است:

|  |  |
| --- | --- |
| (13) |  |
| (14) |  |

 به گونه ای عمل می کنند که منجر به تشخیص شروع ناحیه گذار می شوند.

ترم : شدت آشفتگی موضعی[[32]](#footnote-32) نام دارد و به صورت زیر محاسبه می­شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (15) |  |

 : فاصله از دیوار است و یک مقیاس سرعت را در داخل لایه مرزی فراهم می کند.

|  |  |
| --- | --- |
| (16) |  |

ترم  : این ترم نماینده گرادیان فشار جریان است و بصورت زیر تعریف میشود.

|  |  |
| --- | --- |
| (17) |  |

برای استحکام بخشی به جوابهای مربوط به لاندا یک محدودیت برای آن تعریف می شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (18) |  |

شتاب در جهت جریان می­باشد که به صورت زیر محاسبه می­گردد:

|  |  |
| --- | --- |
| (19) |  |
|  |

و نیز برابر اندازه سرعت در هرنقطه است:

|  |  |
| --- | --- |
| (20) |  |

ترم  : تابع تجربی ای است که وظیفه انتقال اطلاعات محل شروع ناحیه گذار را دارد و بوسیله پروفیل های ارائه شده توسط فالکنر-اسکن کالیبره می شود.

|  |  |
| --- | --- |
| (21) |  |

که ضرایب آن به این صورت هستند:

|  |  |
| --- | --- |
| (22) |  |

برای جلوگیری از ایجاد جوابهای منفی یک محدود کننده برای  در نظر گرفته می شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (23) |  |

# کوپلینگ معادلات مدل SST-KW ومدل گذار منتر

همانطور که گفته شد، مدل گذار جدید منتر به مدل کوپل می­شود. بدین صورت که ترم تولید و استهلاک معادله انتقال مربوط به تولید انرژی جنبشی آشفتگی  به صورت زیر اصلاح می­گردد:

|  |  |
| --- | --- |
| (24) |  |
| (25) |  |

که در این رابطه،  و  ترم­های تولید استهلاک مدل آشفتگیهستند. ونیز از رابطه زیر محاسبه می گردد:

|  |  |
| --- | --- |
| (26) |  |
| (27) |  |
| (28) |  |

# بی بعدسازی معادلات مدل گذار منتر

یکی از ملاحظات مهم در حل عددی، بی­بعد سازی معادلات حاکم می­باشد. از آنجا که معادلات بکار رفته برای جریان اصلی بی­بعد شده اند، بنابراین در اینجا نیز باید معادلات بی­بعد شوند چرا که باید مقادیر بی­بعد به معادلات اصلی جریان معرفی شود. بدین منظور جهت بی­بعد سازی معادلات حاکم از پارامترهای زیر استفاده می کنیم:

|  |  |
| --- | --- |
| (29) |  |

در این روابط متغیرهایدار، متغیرهای بابعد هستند و زیرنویسمعرف کمیت­های جریان آزاد می­باشند. همچنین ، طول مشخصه مسئله می­باشد. توجه شود که پارامترهای بی بعد سازی برای این معادلات باید دقیقا همان پارامترهایی باشد که برای بی بعد سازی معادلات جریان اصلی استفاده شده است.

## بی­بعد سازی معادله اینترمیتنسی

در اینجا لازم است یادآوری شود که معادلات مربوط به مدل حاضر به صورت با­بعد بوده­اند که تنها به دلیل سادگی بالانویس \* از آنها حذف شده بود. بنابراین با جایگذاری پارامترهای بی­بعد سازی ذکر شده در معادله زیر بی­بعد این معادله به صورت زیر به دست می­آید:

|  |  |
| --- | --- |
| (30) |  |

با کمی عملیات جبری معادله مربوط به به صورت زیر در می­آید:

|  |  |
| --- | --- |
| (31) |  |

با استفاده از اعداد بی بعد رینولدز[[33]](#footnote-33) و ماخ[[34]](#footnote-34) نیز می توان نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (32) |  |

بنابراین با جایگذاری در معادله (31)شکل بی­بعد معادله به صورت زیر به دست می­آید:

|  |  |
| --- | --- |
| (33) |  |

## بی­بعد سازی معادلات مدل

شکل بی­بعد شده معادلات حاکم بر و  به صورت زیر درمی­آید:

|  |  |
| --- | --- |
| (34) |  |

|  |  |
| --- | --- |
| (35) |  |

## بی­بعد سازی سایر عبارت ­ها

علاوه بر معادلات مدل آشفتگی، ثابت­ها و سایر متغیرهای بکار رفته در این مدل نیز باید بی­بعد شوند. متغیرهایی که شکل بی­بعد شده­شان تفاوت پیدا می­کند به قرار زیر هستند:

|  |  |
| --- | --- |
| (36) |  |

همچنین شکل بی­بعد شده لزجت گردابه­ای نیز به صورت زیر می­باشد:

|  |  |
| --- | --- |
| (37) |  |

## شکل ماتریسی معادلات آشفتگی

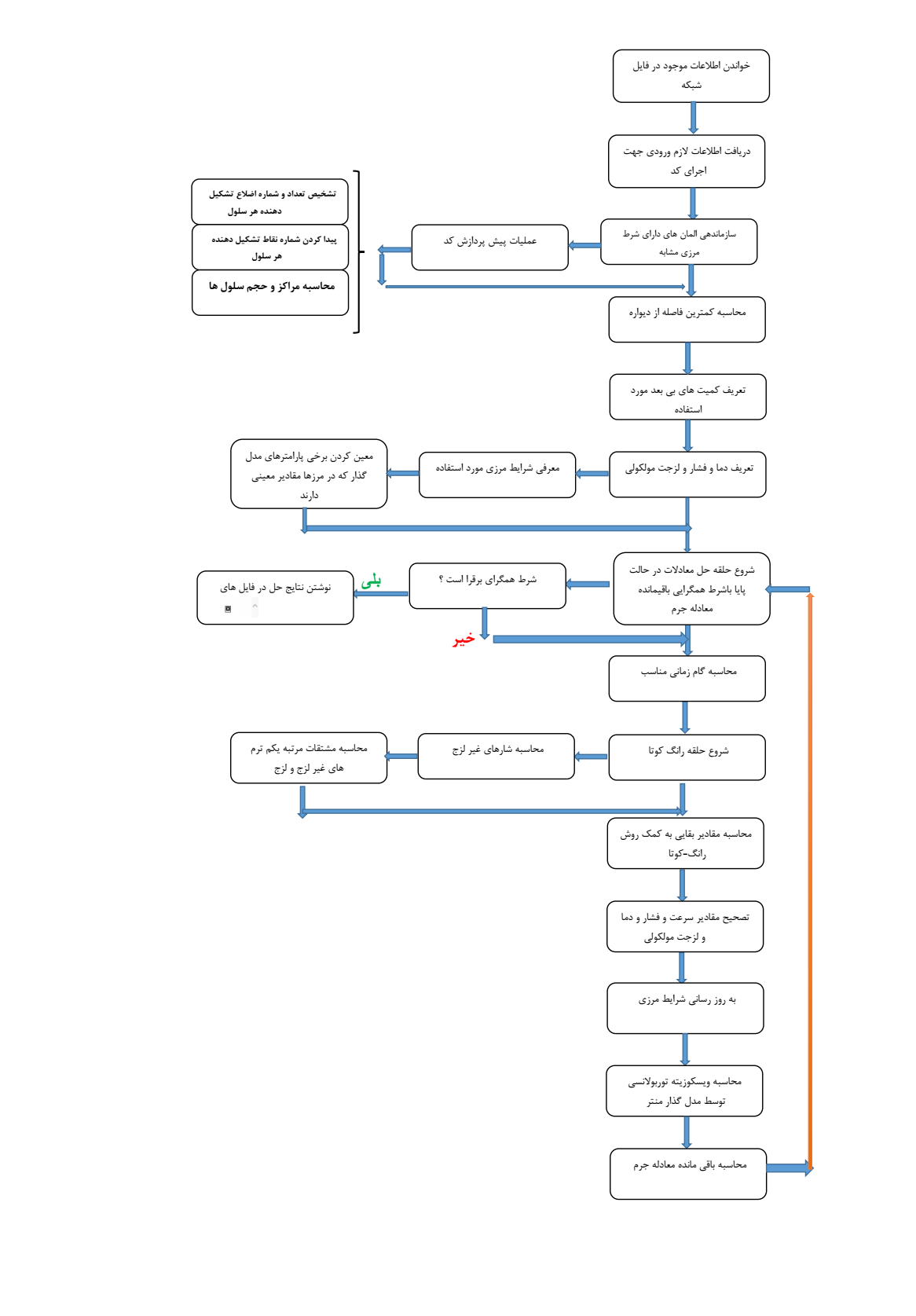
جهت حل عددی و گسسته­سازی معادلات مدل گذار جدید منتر راحت­تر است که این معادلات را به صورت ماتریسی بنویسم. به این منظور معادلات بی­بعد شده را به فرم ماتریسی زیر بازنویسی می­شوند:

|  |  |
| --- | --- |
| (38) |  |

در این رابطه  و و، بیانگر بخش­های جابجایی[[35]](#footnote-35) می­باشند،  و  و  بیانگر بخش­های پخش­شوندگی[[36]](#footnote-36) و  ترم چشمه[[37]](#footnote-37) می­باشد. هرکدام از این بخش­ها به صورت زیر می­باشند:

|  |  |
| --- | --- |
| (39) |  |

## شماتیک کلی کد تدوین شده جهت حل جریان گذار



1. Reynolds [↑](#footnote-ref-1)
2. Steady [↑](#footnote-ref-2)
3. Critical Reynolds Number [↑](#footnote-ref-3)
4. Film Cooling [↑](#footnote-ref-4)
5. Linear Stability Analysis [↑](#footnote-ref-5)
6. Inflection Point [↑](#footnote-ref-6)
7. Rayleigh [↑](#footnote-ref-7)
8. Orr- Sommerfeld [↑](#footnote-ref-8)
9. Tollmien [↑](#footnote-ref-9)
10. Schlichting [↑](#footnote-ref-10)
11. Free Stream Turbulence (FST) [↑](#footnote-ref-11)
12. Bypass [↑](#footnote-ref-12)
13. Bypass Transituon [↑](#footnote-ref-13)
14. Non- Linear Growth [↑](#footnote-ref-14)
15. Turbulence Spots [↑](#footnote-ref-15)
16. Laminar Bubble Transition [↑](#footnote-ref-16)
17. Direct Numerical Simulation [↑](#footnote-ref-17)
18. Large Eddy Simulation [↑](#footnote-ref-18)
19. Linear Stability Equations [↑](#footnote-ref-19)
20. Intermittency [↑](#footnote-ref-20)
21. Production Term [↑](#footnote-ref-21)
22. Unstructured [↑](#footnote-ref-22)
23. Parallel Processing [↑](#footnote-ref-23)
24. Transport Equation [↑](#footnote-ref-24)
25. Suluksna [↑](#footnote-ref-25)
26. Medida [↑](#footnote-ref-26)
27. External Flow [↑](#footnote-ref-27)
28. Splat [↑](#footnote-ref-28)
29. Local correlation-based Transition Modeling [↑](#footnote-ref-29)
30. Strain Rate Magnitude [↑](#footnote-ref-30)
31. Vorticity Magnitude [↑](#footnote-ref-31)
32. Local Turbulence Intensity [↑](#footnote-ref-32)
33. Reynolds Number [↑](#footnote-ref-33)
34. Mach Number [↑](#footnote-ref-34)
35. Convective Term [↑](#footnote-ref-35)
36. Diffusion Term [↑](#footnote-ref-36)
37. Source Term [↑](#footnote-ref-37)